SPECIMEN INAUGURALE
DE LEGIBUS MATHEMATICIS
ELECTRICITATIS DYNAMICÆ,

QUOD ANNUENTE SUMMO NUMINE,

EX AUCTORITATE RECTORIS MAGNIFICI

JOHANNIS CAROLI FRIDERICI HAUFF,

ORD. MATH. ET PHYSICORUM PROF. ORD.

PRO GRADU MAGISTERII ET DOCTORATUS,

SUMMISQUE IN MATHESI ET PHILOSOPHIA NATURALI HONORIBUS,

IN ACADEMIA GANDAVENSI,

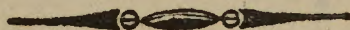
RITE ET LEGITIME CONSEQUENDIS,

PUBLICO ET SOLEMNI EXAMINI SUBMITTIT

D. B. J. Mareska, Gandavensis,

MEDICINÆ CANDIDATUS,

Die 16 Decembris M.DCCC.XXVI, hora X , in aula Academica.



GANDAVI,

Typis HIPP. VANDEKERCKHOVE, in via dicta Avenue de la Place-d'Armes.

A. Timmermans,

Matheseos magistro & philosophiæ naturalis doctori,

In Athenaeo regio Tornacensi matheseos professori,

Præceptori & amico plurimos ob titulos mihi dilectissimo,

In gratitudinis et amoris pignus, specimen

hoc inaugurale voveo.

D. B. J. Mareska.

Ne expectet a me benevolus Lector, ut, compillatis auctoribus dissertationem ipsi offeram, eruditione insignem; vel ut novis institutis experimentis, obscuram quamdam theoriam ei delucidem; hoc enim quamvis prorsùs voluissem et potuissem, temporis angustiæ non sivissent; inexpectata nempè quædam circumstantia me coegit intrà paucos dies quædam conscribere, ut subitò legibus satisfacerem academicis quibus tantùm post aliquot menses, duplici tractato argumento, uno physico-mathematico, altero ad historiam naturalem pertinenti, obtemperare erat in animo; his igitur argumentis in aliud translatis tempus, loco duplicis dissertationis typis mandavi aliqua de legibus electricitatis dynamicæ, quarum in studio totus versabar quandò inopinanti mihi dura lex fuit imposita; addidi tenuia nonnulla experimenta, et observationes quas sub titulo positionum exposui.

His præmissis jàm nihil mihi agendum superest antequam propositum aggrediar, quam ut munere, quod quàm lubentissime expleo, perfungar, scilicet ut illustrissimis quibusdam viris, pro beneficiis quæ in me conferre, per studiorum meorum curriculum,

2

haud sunt dedignati, debitas persolvam gratias; *Nobilissimum Curatorum Collegium*, Illustrissimos professores, Illust. GARNIER et VAN BREDA in primis supplex oro, ut grates meas eo accipiant animo, eâ benevolentiâ, quâ mihi supplicanti semper opem tulerunt; nulla me unquàm dies eos ergà deprehendet ingratum, heu! minima quidem pro maximis, sed unica quam referre possum, remuneratio.

DE LEGIBUS MATHEMATICIS
ELECTRICITATIS DYNAMICÆ.

Ea est humani ingenii conditio, ut simplicissimæ idææ ultimæ sese imaginationi offerant; omnes scientiæ, quotquot prorsus existant, ad hanc veritatem probandam mirum in modum concurrunt. Antequam regularibus suis in classes distributionibus gaudebat botanica, innumeris erat onerata et quasi oppressa divisionibus quæ ne decimam quidem partem plantarum hodiè cognitarum complectebantnr; astronomia antequam legibus quæ principiis mechanicæ innituntur fuit stabilita, antequam Galilæus, Copernic et Kepler imaginationis ludos cum theoriis observationi fundatis commutarunt, inter Ptolemæi et Cartesii manus communem jam experta fuit sortem; quid non de ipsâ mathesi dicam, calculi differentialis et integralis longo tantùm post tempore inventi fuêre, postquàm jam Cartesius et alii multi ingenii sui miracula ediderant; voluminibus opus esset, namquè tota scientiarum historia foret exhibenda, si omnia argumenta pro asserto militantia vellem afferre. Sed ne nimis à proposito aberremus, oculos in physicam advertamus, et quidem in eam physicæ partem quæ inter omnes, maximè passa est ex hâc humani ingenii inclinatione, dico electricitatem; apud veteres tanquam proprietas cujusdam lapidis habebatur; post longum tempus hanc proprietatem propriam non esse succini,

sed electricitatem constantem frictûs, compressionis, et cæterorum comitem esse fuit compertum. Non diu latuit ejus cum fulgure identitas, et plures theoriæ excogitatæ fuêre ad ejus explicandos effectus; illo tempore scientia electricitatis jam immensos effecerat progressus, et tamen in cunabulis adhuc versabatur; Volta ingenio perspicassimo præditus, et quo lobarante tota physicæ facies erat immutanda, detexit, aut saltem confirmavit existentiam novi fluidi, quod idem esse atque electricum eodem fere momento comprobavit, dùm alii physici ejus analogiam cum vi magnéticâ suspicarentur, quæ verò analogia inter problemata, hodie jam non relegatur, ita ut fluidum electricum, galvanicum, et magneticum, quæ primùm tria diversa habebantur fluida, unicum tantùm et idem fluidum diversimodo modificatum, hodie constituant; ad illud usque tempus actio electricitatis in semet ipsam nondum innotuerat; Œrsted singulari suo experimento novum physicis aperuit campum, in quod Amperus, Savary aliique subito irruerunt, et repetitum experimentum sub omnibus formis exposuerunt, et tandem duos fluxus electricos (*courants électriques*) in se invicem quamdam exercere attractionem didicere; innumeris experimentis quibus hanc attractionem probarunt physici non immorabimur; sed sufficiat hic nobis exponere quomodo hæ observationes calculo fuerint submissi, quomodo ope calculi his physicorum experimentis innitentis lex hujus attractionis possit determinari. Plerique physici qui in hanc legem inquisiverunt, eam attractionem tanquam modificationem gravitatis habuerunt, et ex analogia ratiocinantes eam sese in ratione inversâ quadratorum distantiarum habere putarunt; alii hanc legem ex experimento deducere sunt conati, sed ferè omnes experimentum elegere in quo fluxuum electricorum alter est galvanicus, altervero magneticus, ita ut hæc lex non possit haberi tanquam vera lex attractionis inter duos fluxus galvanicos, nisi simul admittatur hæc fluida una esse et eadem; alii tandem

physici hanc legem ex mutua actione duorum fluxuum galvanicorum deduxerunt (*Ampere, Correspond. Math. et Physique*, N.º 1, 2.me vol.), eam nos ex primis experimentis electricitatis dynamicæ cognitis deducere, ope calculi sat facilis initemur. Ponantur igitur duo torrentes electrici paralleli, experientiâ probatum habemus] quod, *duo fluxus electrici paralleli eamdem directionem sequentes sese attrahant, quodque, si alter fluxuum in utroque sensu indefinitus est, alter verò finitus, fluxuum inclinatio se habeat in ratione inversâ distantiæ.* Antequàm hâc utamur observatione, primò animadvertendum est, quodsi duo fluxus infinitè parvi ds et ds' sint paralleli, et perpendiculares in rectâ quæ medios hos fluxus jungit, vim attractionis evidenter rationem directam sequi intensitatum fluxuum, rationem vero inversam potentiæ incognitæ n ipsorum distantiæ, si igitur intensitates fluxuum per g et g', per r eorum distantia denotatur, hæc attractio exprimetur per

$$\frac{gg'\,ds\,ds'}{r^n},$$

si duo fluxus manentes semper paralleli in eâdem rectâ ponerentur, attractio elementorum quam modo expressimus esset modificata, et non nisi fractio quædam foret hujus valoris; designetur per μ hæc fractio, attractio fiet.....
$\frac{\mu gg'\,ds\,ds'}{r^n}$ vel potius $-\frac{\mu gg'\,ds\,ds'}{r^n}$ (namque ex experimentis constat partes successivas ejusdem torrentis sese repellere); nunc facile valor n qui legem attractionis constituit determinari poterit; sint enim AL et EM (fig. 1, tab. 1) duæ portiones torrentum parallelorum; loco earum intensitatum AL et EM, considerentur intensitates componentes AG et AF, EH et EK quarum aliæ secundum rectam AE diriguntur, aliæ vero sunt ad hanc rectam perpendiculares, actiones duorum fluxuum elementarium AL et EM æquales erunt summæ actionum

quas componentes mutuò in se invicem exercent; atqui ex iis quæ modo diximus liquet actionem duorum fluxuum parallelorum AF et EH exprimi per $\frac{gg'\,ds\,ds'\,\sin.^2\alpha}{r^n}$; namque, posito α æquali angulo CEA, intensitates elementorum AF et EH sunt $gds \sin.\alpha$ et $g'ds' \sin.\alpha$; quod ad actionem duorum fluxuum AG et EK qui adæquant $g'ds \cos.\alpha$ et $g'ds' \cos.\alpha$ pertinet, patet ex his quæ supra exposuimus, eam æqualem esse expressioni $-\frac{\mu gg'\,ds ds'\,\cos.^2\alpha}{r^n}$; videatur nunc an fluxus AG et EH, AF et EK nullam mutuam in se invicem exerceant actionem; itaque animadvertamus, quod si fluxus EK et AF *v. g.* quadam inter se attractione gauderent, necesse fore ut, mutatâ directione fluxus AF, hæc attractio in repulsionem mutaretur; atque hæc directionis mutatio non nisi planum figuræ invertit, et quum hæc attractio, si reverà existeret, necessario in plano, in quo nihil est immutatum, locum habere deberet, patet eam non existere; ergò tota actio duorum fluxuum AL et EM æquat summam attractionum præcedentium, et oritur :

$$\frac{gg'\,\sin.^2\alpha\,ds\,ds'}{r^n} - \frac{\mu gg'\,\cos.^2\alpha\,ds\,ds'}{r^n};$$

ut attractio tota quam fluxus EM in fluxum indefinitum BL exercet oriatur, patet expressionem præcedentem integrandam esse ab $\alpha = 0$ usque ad $\alpha = \frac{\pi}{2}$; atqui posito BL axi ordinatarum, et OE axi abscissarum, posito præterea OA $= y$, et OE $= \delta$ prodibit

$$ds = dy \quad \text{et} \quad r = \sqrt{\delta^2 + y^2}$$

integrale fiet igitur :

$$\int \frac{gg' \sin.^2 \alpha\, ds'\, dy}{(\delta^2+y^2)^{\frac{n}{2}}} - \int \frac{\mu gg' \cos.^2 \alpha\, ds'\, dy}{(\delta^2+y^2)^{\frac{n}{2}}}$$

quæ quidem expressio quùm sin. $\alpha = \frac{\delta}{r}$ et cos. $\alpha = \frac{y}{r}$, mutatur in sequentem,

$$\int \frac{gg' \delta^2\, ds'\, dy}{(\delta^2+y^2)^{\frac{n+2}{2}}} - \int \frac{\mu gg' y^2\, ds' dy}{(\delta^2+y^2)^{\frac{n+2}{2}}}$$

hæc integralia capienda erunt ab $y = +\infty$ usque ad $y = -\infty$, sed simplicitatis causâ integralia ab o usque ad infinitum capiemus, et integralia sic obtenta erunt duplicanda; sed antequam ad integrandum procedimus expressionem præcedentem aliâ formâ præstat induere, scilicet

$$\int \frac{gg'ds' \frac{dy}{\delta}}{\delta^{n-1}\left(1+\frac{y^2}{\delta^2}\right)^{\frac{n+2}{2}}} - \int \frac{\mu gg' \frac{y^2}{\delta^2} ds' \frac{dy}{\delta}}{\delta^{n-1}\left(1+\frac{y^2}{\delta^2}\right)^{\frac{n+2}{2}}} =$$

$$\int \frac{gg'ds'dz}{\delta^{n-1}(1+z^2)^{\frac{n+2}{2}}} - \int \frac{\mu gg'ds'z^2\, dz}{\delta^{n-1}(1+z^2)^{\frac{n+2}{2}}}.$$

Integretur nunc quodque horum differentialium ab $z = 0$ usque ad $z = \infty$, prodibit pro priori integrali series terminorum qui omnes continebunt z ad potentiam altiorem in denominatore quàm in numeratore elevatam; ita ut dum ponatur valor z infinitus hi termini evanescant, et nihil restet præter posteriorem terminum sequentem

$$\frac{\left(\frac{n}{2}-2\right)\left(\frac{n}{2}-4\right)\left(\frac{n}{2}-6\right)\ldots\ldots\ldots\ldots}{\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-3\right)\left(\frac{n}{2}-5\right)\ldots\ldots\ldots\ldots} \text{ arc } (\text{tang} = z)$$

et posito z infinito

$$\frac{\left(\frac{n}{2}-2\right)\left(\frac{n}{2}-4\right)\left(\frac{n}{2}-6\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\pi}{\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-3\right)\left(\frac{n}{2}-5\right)\ldots\ldots\ldots\ldots 4}$$

quod ad posterioris termini integrale attinet, reperitur pro integrali definito

$$\frac{\mu\, gg'ds'}{\delta^{n-1}} \cdot \frac{1\pi}{24}$$

orietur igitur pro attractione elementi EM vel ds' in fluxum indefinitum BA

$$\frac{gg'ds'\left(\frac{n}{2}-2\right)\left(\frac{n}{2}-4\right)\left(\frac{n}{2}-6\right)\ldots\pi}{\delta^{n-1}\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-3\right)\left(\frac{n}{2}-5\right)\ldots 4} - \frac{\mu gg'ds'}{\delta^{n-1}}\frac{\pi}{8}$$

et igitur attractio totius CD vel a erit :

$$\frac{gg'a\left(\frac{n}{2}-2\right)\left(\frac{n}{2}-4\right)\left(\frac{n}{2}-6\right)\ldots\pi}{\delta^{n-1}\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-3\right)\left(\frac{n}{2}-5\right)\ldots 2} - \frac{\mu gg'a}{\delta^{n-1}}\frac{\pi}{4}.$$

ast verò ex experimento citato hæc attractio se habet in ratione inversà distantiæ, necesse est igitur ut habeatur

$$\frac{gg'a\left(\frac{n}{2}-2\right)\left(\frac{n}{2}-4\right)\left(\frac{n}{2}-6\right)\ldots\pi}{\delta^{n-1}\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-3\right)\left(\frac{n}{2}-5\right)\ldots 2} - \frac{\mu gg'a}{\delta^{n-1}}\frac{\pi}{4} = \frac{m}{\delta}$$

m denotante coefficientem constantem; atqui hæc relatio existere debet qui-

cumque sit valor δ; ergo necesse est ut δ evanescat et igitur ut habeatur

$$\frac{1}{\delta^{n-1}} = \frac{1}{\delta}$$

undè

$$n - 1 = 1, \text{ et tandem } n = 2.$$

Ea est lex attractionis fluxuum electricorum; patet hanc legem eamdem esse ac legem gravitatis.

Actio inter fluxus parallelos exercita tota esset determinata, si modo valor coefficientis μ in nostrâ æquatione contenti esset notus, et, hoc cognito valore, nihil jam agendum superesset, quàm actionem determinare duorum fluxuum modo quocumque in spatio directorum, sed hunc ordinem sequi non possumus, nam valor μ non potest determinari nisi ope formulæ generalis, quæ exprimit actionem duorum fluxuum quorumlibet; hæc igitur formula ante omnia est quærenda.

Experientia et ratiocinio ducibus in principia inquiremus quibus hæc formula innitur; experimenta probant, mutatâ directione alterius fluxuum, actionem eamdem remanere, sed eam actionem directionem sequi directè oppositam ei quam antea habebat; exindè sequitur actionem elementi cujusdam fluxus in elementum alius fluxus, qui situs est in plano transeunte per medium priorem fluxum, esse nullam; nam si v. c. aliqua inter ea attractio existeret, mutata directione prioris fluxus attractio in repulsionem deberet mutari; sed id omnino fieri non potest, nam omnia in posteriori casu eodem modo ac in priori aguntur; figura solummodo fuit inversa et igitur actio attractiva manet; atqui ne attractio, mutata directione, fiat repulsio, necesse est ut hæc attractio sit nulla, et igitur ut hi duo fluxus, modo quo diximus dispositi, nullam in se invicem actionem exerceant.

Harum considerationum ope quæstio modo quam maximè generali potest resolvi; sint itaque duo fluxus quicumque ds et ds' modo quolibet in spatio directi, sitque AA′ recta quæ medios hos fluxus jungit (*fig.* 2, tab. 1); decomponantur intensitates horum fluxuum secundùm tres axes rectangulares, et facilitatis gratiâ, sit ipsa recta AA′ axis abscissarum X; componentes prioris fluxûs erunt gds cos. X, gds cos. Y, gds cos. Z, componentes posterioris erunt $g'ds'$ cos. X′, $g'ds'$ cos. Y′, $g'd's$ cos. Z′; actio reciproca duorum fluxuum ds et ds' componitur evidenter ex summâ actionum reciprocarum componentium; sed actionem componentium secundum axes Z et Y directarum, ex his quæ jam de fluxibus parallelis demonstravimus, æqualem esse constat expressioni

$$\frac{gg'ds\,ds' \cos. Z \cos. Z'}{r^2} .$$

et

$$\frac{gg'ds\,ds' \cos. Y \cos. Y'}{r^2}$$

et quod ad componentes spectat quæ secundùm axem X diriguntur, ex illis quæ de fluxibus secundum unam eamdemque rectam directis diximus patet, has componentes exprimi per

$$\frac{\mu gg'ds\,ds' \cos. X \cos. X'}{r^2}$$

præcedentibus actionibus addenda esset actio componentium secundum Y′ et Z′ in componentem secundum X directam, atque actio componentium Y et Z in componentem X′; sed animadvertendum est X′ perpendicularem esse in medios componentes secundum Y et Z, et igitur omnes has novas actiones esse nullas, quod liquet adhùc ex experimento supra allato; actio igitur tota constabit

ex summâ trium actionum præcedentium, id est æqualis erit :

$$\frac{gg'ds\,ds'}{r^2}\left\{\cos.\,\mathrm{Y}\cos.\,\mathrm{Y}'\mp\cos.\,\mathrm{Z}\cos.\,\mathrm{Z}'-\mu\cos.\,\mathrm{X}\cos.\,\mathrm{X}'\right\}$$

sed si denotatur per V angulus quem efformant bini fluxus in spatio; prodit

$$\cos.\,\mathrm{V}=\cos.\,\mathrm{X}\cos.\,\mathrm{X}'+\cos.\,\mathrm{Y}\cos.\,\mathrm{Y}'+\cos.\,\mathrm{Z}\cos.\,\mathrm{Z}',$$

ope hujus valoris præcedens expressio mutatur in sequentem :

$$\frac{gg'ds\,ds'}{r^2}[\cos.\,\mathrm{V}-(\mu+1)\cos.\,\mathrm{X}\cos.\,\mathrm{X}']$$

quùm X et X′ inclinationes sistunt fluxuum in rectam AA′, si inclinationes hæ denotantur per ε et η, attractio fluxuum fiet :

$$\frac{gg'ds\,ds'}{r^2}[\cos.\,\mathrm{V}-(\mu+1)\cos.\,\varepsilon\cos.\,\mu]$$

quæ expressio nequaquam ab axibus quos elegimus dependet.

Hæc formula non præbet nisi attractionem duarum portionum infinitè parvarum, ita ut, ad obtinendam totam attractionem duorum fluxuum integrorum', integrandum foret ratione habitâ ad ds et ds'; hæc integratio poterat fieri in exemplo priori quod elegimus; sed sumptâ quæstione modo quam maximè generali, necesse est ut integratio possibilis evadat, ut inquiratur quænam existat inter variabiles r, s, s', v, ε et η relatio, utque earum nonnullæ eliminentur; eleminentur igitur v, ε et η; itaque producatur fluxus elementaris AB et demittatur in eum verticalis A′C; per punctum C ducatur CE ad fluxum A′B′ parallela; angulus ECD erit evidenter angulus quem efformant duo fluxus et quem denotavimus per V; sed consideratis s et s' tanquàm variabilibus a se invicem non dependentibus, quum

$AB = ds$, AF erit differentiale quantitatis AA′ ratione habitâ ad s, et adæquabit dr, et igitur orietur

$$\cos. BAF = \cos. \varepsilon = \frac{dr}{ds}$$

et quùm $A'B' = ds'$ et $A'F' = dr$ habebitnr

$$\cos. \eta = \frac{dr}{ds'}.$$

In triangulo ACA′ rectangulo habetur

$$AC = AA' \cos. BAF = r \frac{dr}{ds}.$$

Sed si capiatur in parallela CE longitudo CG æqualis A′B′ vel ds', et si demittatur perpendicularis GH, quùm CG quantitas sit quâ crevit CE, CH exprimet incrementum quantitatis AC; scd CG vel A′B′ est ds'

$$CH = d.\, AC = d.\, r \frac{dr}{ds}$$

et tandem quum in triangulo rectangulo GCH habetur

$$\cos. GCH = \cos. V = \frac{CH}{CG}$$

erit

$$\cos. \nu = \frac{d.r \frac{dr}{ds}}{ds'}$$

varii hi valores substituantur in expressionem attractionis fluxuum elementarium quam modo obtinuimus, hæc expressio fiet

$$\frac{gg'dsds'}{r^2} \cdot \left\{ \frac{d.r \frac{dr}{ds}}{ds'} - (\mu + 1) \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'} \right\}$$

quæ ipsa, quum habeatur

$$\frac{d.\,r\frac{dr}{ds}}{ds'} = \frac{\frac{1}{2}d\frac{d.r^2}{ds}}{ds'}$$

atque

$$\frac{dr}{ds} = \frac{1}{2r}\,\frac{dr^2}{ds}$$

in sequentem mutatur

$$\frac{1}{2}\,\frac{gg'dsds'}{r^2}\left\{\frac{d\,\frac{dr^2}{ds}}{ds'} - \frac{(\mu+1)}{r}\,\frac{dr^2}{ds}\,\frac{dr}{ds'}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\,gg'dsds'r^{-3-\mu}\left\{r^{\mu+1}\frac{d\frac{dr^2}{ds}}{ds'} - (\mu+1)r^{\mu}\frac{dr^2}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right\}$$

quæ, modo animadvertatur locum habere æquationem

$$\frac{d.\frac{\frac{dr^2}{ds}}{r^{\mu+1}}}{ds'} = \frac{r^{\mu+1}\frac{d\frac{dr^2}{ds}}{ds'} - (\mu+1)\,r^{\mu}\,\frac{dr^2}{ds}\,\frac{dr}{ds'}}{r^{2\mu+2}}$$

facile mutatur in hanc :

$$\frac{1}{2}gg'dsds'\;r^{\mu-1}\,\frac{d.\frac{\frac{dr^2}{ds}}{r^{\mu+1}}}{ds'}$$

quæ denique ipsa, quum sit

$$\frac{\frac{dr^2}{ds}}{r^{\mu+1}} = \frac{dr^2}{ds}\,r^{-\mu-1} = \frac{(r^2)^{-\frac{\mu+1}{2}}\,dr^2}{ds} = -\,\frac{2}{\mu-1}\,\frac{dr^{1-\mu}}{ds}$$

formam acquirit sequentem

$$-gg'dsds'\,\frac{r^{\mu-1}}{\mu-1}\,\frac{d.\dfrac{dr^{1-\mu}}{ds}}{ds'}=-gg'dsds'\,\frac{r^{\mu-1}}{\mu-1}\,\frac{d^2r^{1-\mu}}{dsds'}$$

Ea est formula generalis quæ inservire debet resolvendis omnibus problematibus electro-dynamicis; completa esset si modo valor coefficientis μ esset cognitus; ut valor hic determinetur experientia rursus in auxilium est vocanda; et inquirentes in hunc coefficientem occasionem nanciscemur nostræ applicandæ formulæ.

Amperus in dissertatione cui titulus *Mémoire sur une nouvelle expérience electro-dynamique*, observatione demonstravit circuitum undique clausum in elementum fluxus galvanici actionem ad hoc elementum perpendicularem exercere, ita ut hujus actionis componens quæ directionem sequitur tangentis debeat esse nulla, sit igitur (*fig.* 3) A elementum circuitûs cujuscumque, et B elementum conductoris fluidi galvanici, actio elementi A in B erit, ut patet e præcedentibus

$$-gg'dsds'\,\frac{r^{\mu-1}}{\mu-1}\,\frac{d\dfrac{dr^{1-\mu}}{ds'}}{ds}$$

decomponatur hæc actio secundum tangentem BC in elemento B, itaque multiplicetur expressio præcedens per sin. ABD = sin. n, vis secundum tangentem agens exprimetur per

$$-gg'dsds'\,\frac{r^{\mu-1}}{\mu-1}\,\sin.\,n\,\frac{d\,\dfrac{dr^{1-\mu}}{ds'}}{ds}$$

sed propter æquationem

$$\frac{dr^{1-\mu}}{ds'} = (1-\mu) r^{-\mu} \frac{dr}{ds'},$$

et ob hanc aliam jam demonstratam

$$\frac{dr}{ds'} = \cos.\ ABC = \sin.\ n,$$

vis quæ secundum tangentem agit exprimetur per

$$+ gg'dsds'\, r^{\mu-1} \sin.\ n\ \frac{dr^{-\mu} \sin.\ n}{ds}$$

quæ sequentem formam induit

$$\frac{1}{2}\, gg'dsds'\, r^{2\mu-1} \frac{dr^{-2\mu} \sin.^2 n}{ds}$$

si hæc expressio per partes integretur prodit

$$\frac{1}{2}\, gg'ds' \frac{\sin.^2 n}{r} - \frac{1}{2}\, gg'ds' \,(2\mu - 1) \int \frac{\sin.^2 n}{r^2}\, dr$$

Sed ut integratio terminari possit, ut deindè integrale ponatur æquale cyphræ o, alterutra variabilium r et n sub signo $\int$ erit eliminanda; relatio quæ inter r et n existit pendet à formâ circuitûs qui est quicumque, oportet igitur expressionem præcedentem esse nullam, quæcumque demum sit relatio inter n et r, integrale igitur hoc illud evanescat necesse est per suum coefficientem, et habeatur

$$2\mu - 1 = 0$$

undè

$$\mu = \frac{1}{2};$$

substituto hoc valore in expressione generali, prodit tandem formula generalis

$$2\, gg'dsds'\, r^{-\frac{1}{2}} \frac{d^2 r^{\frac{1}{2}}}{dsds'}$$

cujus ope omnia resolvi possunt problemata electro-dynamica.

POSITIONES.

I.

Celeber. *Bucklandio* Prof. Oxon. distinctionem debemus inter formationes alluvionis atque diluvii, quæ hucusque inter se confundebantur. Obtegit utraque omnem illam formationum seriem, quæ ad solidiorem compagem globi nostri pertinentes ante tempora historica fuere depositæ, et quarum recentissimæ vulgo Tertiariæ dicuntur. Utraque formatio e fragmentis majoribus minoribusque formationum anteriorum, raro in massam lapideam concretis, est composita; in Patriâ nostrâ cum alluvionis, tum diluvii formatio abundat; prior alluvionis, quæ vel hodie adhuc formatur, fertilissimas nostras provintias produxit, et adhucdum producit, dum strata arenosa, argillacea, et alia littoribus nostris adponit; posterior diluvii, quæ vehementi cataclysmo producta videtur, antequam hodiernam suam faciem acceperit superficies globi nostri terrestris, et cui successit hodiernus rerum status, qui adhucdum perdurat, et in parte septentrionali, et in parte meridionali regni nostri minime deest.

In utrâque formatione animalium reliquiæ inveniuntur; in formatione post diluvianâ hæ reliquiæ animalium sunt, quorum analoga hodie adhuc vivunt; quod vel aliter a priori supponi non posset, si quis enim consideraverit animalium species per tempora historica mutatas non fuisse, et formationes alluvionis,

durante tempore historico, fuisse productas, facilis ipsi erit conclusio, tali formatione nonnisi fossilia specierum hodie viventium posse contineri.

In formatione autem diluvii, plura fossilia occurrunt ad species hodie exstinctas referenda. Ante tempora historica alia videtur fuisse globi facies aliis inhabitata animalium speciebus; illorum autem reliquias, quæ vivebant, dum diluvii strata deponebantur, in ipsis illis stratis fossiles detegimus. Inter reliquias mundi primævi animalium sunt maximorum ossa fossilia, inter quæ tum immensitate, tum numero, inprimis eminent illa, quæ ad certam elephantis speciem pertinent, quam Imperii Russici incolæ Mammouth, *Blumenbachius* elephantem primigenium, *Cuvierius* vero elephantem fossilem dixit, et præter quam speciem Illustr. *Cuvierius* aliam fossilem agnoscit nullam; hæc ossa elephantum in illis regionibus Patriæ nostræ, quæ diluvio obteguntur, minime desiderantur; Celeber. *Van Marum* in dissertatione egregiâ, cui titulus : *Verhandeling over de Olyfanten die in de vroegere eeuwen de noordelyke gematigde en koude luchtstreeken der aarde bewoonden,* seriem adtulit ossium elephantum quæ omnia in nostrâ Patriâ effossa, a variis auctoribus collecta fuere et descripta; et præterea Ipse descripsit et delineari curavit cranium, quod anno 1820 prope vicum *Heukelum* dictum, in Gelriâ situm, fuit repertum; Celeb. *Van Marum* animadvertit, hocce cranium maxime dissimile craniis elephantum hodie existentium alveolis multo longioribus quam cranium illorum elephantum gaudere, et licet alveoli hi sint etiam longiores, quam qui in aliis craniis fossilibus eorumdem inveniantur, attamen minime dubitat, discrimen hoc ætati animalis fossilis tribuere, et cranium fossile ad elephantem fossilem *Cuvierii* referre.

Exstat in musæo Universitatis nostræ maxilla inferior animalis fossilis, quæ ossibus elephantum fossilium procul omni dubio est adnumeranda. Anno proxime elapso ex alveo Scaldis, non procul a vico *Teemst* dicto fuit extracta hæc maxilla.

Omnia probant, illam esse fossilem, licet characteres offerat, quibus a maxillis elephantum fossilibus, quæ ad hunc usque diem descriptæ fuere, multum recedat; omnia, inquam, probant hanc maxillam esse fossilem; cum enim, uti diximus, solum Patriæ nostræ pluribus in locis illâ obtegatur formatione, quâ ossa fossilis elephantis continentur, omnia illa argumenta, quibus probavere viri Illustres *Cuvierius*, *Van Marum*, et alii, ossa quæ descripsere esse fossilia, nostræ maxillæ adplicari possunt, et verba celeberrimi *Van Marum* non possumus non maxillæ huic fossili adplicare, quando dicit vir celeb., dubium existere non posse, quin omnia ossa elephantum, quæ hucusque in Regno Belgico, sive e terrâ, sive ad ripas fluminum in lucem prodierint, ossa sint fossilia. Denique et præsertim tot tantisque characteribus maxilla, de quâ loquimur, differt à maxillis specierum viventium, ut ne per momentum quidem fas sit dubitare de ejus origine. Delineavi secundum tabulas *Cuvierii*, ut hâc de re constet, tab. 2a *fig.* 8 maxillam inferiorem speciei Africanæ, et *fig.* 9, maxillam ad elephantem Asiaticum pertinentem; si comparantur hæ figuræ cum *fig.* 4 et 12, quarum prior maxillam nostri musæi ad sextam partem naturalis suæ magnitudinis redactam, posterior vero eamdem maxillam ad magnitudinem *figuræ* 9, ut comparatio melius et facilius instituatur, redactam repræsentat; quanta intersit differentia, non difficile animadvertitur; maxilla nostri musæi reverâ in apicem, uti maxillæ specierum viventium, terminatur, sed quum angulus, quem efformat margo dentium AB (*fig.* 12 et 9) cum margine anteriori maxillæ BC, non obtusus sit, uti in speciebus viventibus, sed e contrâ rectus, apex ille, uti patet ex *fig.* 12, multum infra angulum D maxillæ descendit, quod in aliis speciebus locum non habet, uti constat e *fig.* 7, 8, 9. Sequitur ex eo quod angulus ille sit rectus, quod si maxilla nostri musæi maxillæ cuidam superiori adaptetur, apex non inter dentes defensivos promineat, sed e contra maxime postrorsum dirigatur; uti patet ex

inspectione *fig.* 10, ubi adcomodavimus maxillam nostram cranio elephantis *Mooknah* a *Cuvierio* delineato tab. 12 *fig.* 3 magni sui operis cui titulns : *Recherches sur les ossemens fossiles.* Illam varietatem speciei Asiaticæ elegimus, quia ex omnibus maxilla hujus varietatis maxime ad maxillam Patriæ nostræ accedit. Tandem dentes extra omnem dubitationis aleam ponunt opinionem nostram, maxillam, quam consideramus, esse fossilem, nam sub eâdem longitudine majorem numerum lamellarum continent, quam dentes specierum viventium; dentes illi 0,83 metra lati sunt, dum lineæ illæ undulatæ in illorum superficie trituratione productæ, quas Galli dicunt *festons,* sint valde parvæ. Neminem autem fugit, hos characteres proprios esse dentium fossilium.

Quamvis maxilla igitur nostra sit fossilis; attamen sequentibus characteribus differt ab illis quæ aliis in locis repertæ fuere :

1.° In maxillis aliis fossilibus dentes sunt fere ad se invicem paralleli; dentes in maxillâ nostri musæi antrorsum convergunt, unde sequitur canalem in medio existentem longiorem esse et angustiorem (vid. *fig.* 5 et 6).

2.° Fossilis, quam Ill. *Cuvierius* delineavit, maxilla est quasi, uti ipse inquit, antrorsum truncata, illa vero, quam nos possidemus, in apicem longissimum terminatur. Hoc charactere, sicut et priori, multum ad Asiaticam speciem accedit, a quâ tamen differt angulo, sub quo apex ille cum margine dentario concurrit.

Hâc directione mutatâ obstaculum tollitur, quo minus maxilla nostra cranio a doct. *Van Marum* descripto, et longissimis alveolis instructo adplicari posset, ita enim dirigitur apex ille, ut ad alveolos illos minime, uti in specie viventi, extendatur, sed ut potius ab illis recedat.

His itaque positis, licet dictorum summi *Cuvierii* observantissimus, defendere minime dubito *probabilitatem præsentiæ ossium alterius speciei elephantis, quam quæ a* Cuvierio *fuit descripta, inter ossa elephantum fossilia.*

II.

Pervolutis auctoribus, qui de lumbrico terrestri *Linn.* scripserunt, animadverti, eos multum inter se differre quoad lumbrici proprietatem regenerandi ablatas a corpore partes. Plures, et inter eos, et *Spallanzius* et *Bonnetus* multa de hâc proprietate prædicant, alii e contra et inter eos *Valmontius a Bomare* et celeberrimus *Boscius*, de illâ dubitare videntur; scribunt saltem, se nunquam regenerationem illam observasse. Pro viribus meis *Bonneti* et *Spallanzanii* experimenta repetii, quæ sæpissime feliciter mihi successerunt. E multis unum seligo.

Die 10 Augusti anni 1825 capita, id est, novem priores annulos tribus lumbricis cultro abstuli; die 31 ejusdem mensis unus e tribus mortuus inventus fuit, cæteri vivebant, nulla autem animadvertebatur hucusque regeneratio, vulneris superficies figuram referebat disci levis, politi et injecti, annulo cincti; die 5 septembris gemma tenuissima in medio disco apparuit, quæ per sequentes quatuor vel quinque dies formam adpendiculæ vermiformis acquisivit; hæc adpendicula sensim sensimque diametro crescens, mense tantum Januarii anni sequentis 1826 veram suam amplitudinem est adepta, licet hæc regenerata pars postea per longum tempus colore suo ab illo reliqui corporis diverso distingui potuerit. In altero lumbrico gemma eadem phænomena obtulit, hâc tamen cum differentiâ quod paulo lentior fuerit regenerationis processus. Per omne tempus, quod effluxit ab ablatione annulorum, usque ad evolutionem gemmarum lumbricos semper in eodem loco situm immutatum servare vidi.

Certior igitur factus, lumbricum vi reproductivâ gaudere, consultum duxi in statum organorum internorum parte regeneratâ contentorum accurate inquirere, et quidem eo accuratius, quia apud auctores nihil certum hac de re legitur.

necatum proinde lumbricum aperui, et miratus vas sanguiferum, pharyngem, imo et ipsum nervum regeneratum vidi. Alterum lumbricum ad diem 15 Maii anni 1826 servavi vivum, quo die ipsum dissecui. Omnes partes, etiam in hoc animale, vasa sanguifera, pharyngem, nervum, ipsumque cerebrum, vel potius ganglionta, in quæ nervus post bifurcationem suam terminatur, reproducta reperi; omnia uno verbo in eo statu, ac si nulla partium ablatio fuisset facta, inventa fuere.

His et aliis munitus experimentis defendo : 1.° Lumbricum, licet sanguine rubro præditum, et structurâ valde magis compositâ, quam polypum, attamen gaudere vi reproductivâ. 2.° Quod si nonnullis experimenta de regeneratione in lumbricis instituta ex voto non successerint, id derivandum ex eo, quod experimenta sua in majores illos lumbricos, et ætate provectiores instituerint (quod ex eorum scriptis liquet), potius quam quod cautiones a *Bonneto* propositas neglexerint; in magnis autem illis lumbricis, quicumque locus sit ubi divisio fiat, quæcumque pars auferatur, numquam reproductio locum habet; si caput auferatur, perit lumbricus; si vero cauda tollatur, cicatrix formatur ita ut anus artificialis existat, quo facto lumbricus vitam suam vivit ac si nihil fuisset expertus (1); diceres, lumbricum cum ætate vim suam reproductivam amisisse. 3.° Quod si forsan valeat pro homine aphor. 28, section. 7. *Hippocratis* sic sonans : *quodcumque os, sive cartilago, sive nervus præcisus fuerit in corpore, neque augetur, neque coalescit,* nullum tamen exsistere dubium, quin omnes textus in lumbrico regenerentur.

---

(1) Lumbricum alui, cui cauda oblique fuit ablata, et in quo, cicatrice formatâ, nullus existebat anus, vixit tamen lumbricus, et per menses.

III.

Die 15 mensis Februarii anni 1826 in duas partes secui lumbricum longitudinis et diametri præter solitum majoris, separavi a se invicem utrumque ventriculum, prior ille in rugas replicatus in uno trunculo, alter vero, scilicet musculosus, in altero reperiebatur; primis mensis Maii diebus, trunculus posterior vivebat adhuc, sed in dies languidior fiebat et flaccidior, et tandem 10 die Maii vivere desiit, brevi post mortem trunculum aperui, stomachum maxime inflammatum inveni; omnia vasa sanguifera, usque ad certum a ventriculo intervallum, sanguine turgebant, ita ut facillime observare potuerim, quod ex utroque latere vasis sanguiferi totum intestini longitudinem percurrentis alia prodeant vasa, quæ directionem annulorum sequuntnr, et inter se anastomosantur; ne minimum quidem nutrimenti frustulum inveni, neque in ventriculo, neque in cætero intestinorum tractu; intestinum in intestino itidem omnino vacuum erat, atque in illud stylum maximâ cum facilitate introduxi, ita ut mihi nullum dubium superesset quin singulare hoc organum ad canales sit referendum; *nonnullas vesicularum lateralium ope microscopii inspexi, quæ, licet lumbricus noster per tres jam menses omnibus organis generationi inservientibus fuisset orbatus, repletæ vermiculis viventibus observabantur.* Vermiculorum illorum plurimos e vesiculis extractos exsicavimus, et postquam per aliquot momenta vitâ orbati apparuerint, ad motum et vitam revocavimus, ipsis leniter aquam adspergendo. Alter e lumbricis de quibus in præcedenti positione diximus, præter caput regeneratum, aliud quoddam phænomenon attentione dignum exhibuit; licet a 10 Augusti 1825 *solus* in vase asservaretur, 19 Februarii anni 1826, *repletus observatus fuit corpusculis illis, quæ* Montegrius *fœtus vel ova dicit, quos* Celeb. Homius *vero ovorum esse putamina judicat,*

quæ tanquam noxia et superflua e corpore sunt ejicienda. Hic lumbricus die 15 mensis Maii anni 1826, ut partem regeneratam inspiceremus, fuit apertus; invenimus caudam adhuc corpusculis turgentem, ea perfecte referentibus, quæ *Montegrius* delineavit, et quæ ova atque lumbriculos dixit; et præterea nullum deteximus in vesiculis lateralibus, respirationi secundum plures, generationi autem secundum *Homium* inservientibus, vermiculum; licet in aliis lumbricis vesiculas illas vermiculis plenas invenerimus, hanc ob causam, et præsertim quum a novem mensibus lumbricus noster *solus* asservatus fuit, minime probabile videtur, hæc corpuscula esse ova vel ovorum putamina.

Ex his et aliis observationibus concludo, *theorias, quas* Celeb. Homius *et* Montegrius *aliique auctores de generatione lumbricorum proposuerunt, ex omni parte non valere; et generationem lumbricorum adhucdum inter arcana Naturæ referendam esse.*

IV.

Crania Ursi antiqui, cui nomen Ursi cavernarum fuit impositum, quum ipsius ossa in cavernis sæpius inveniantur, non tantum in illis cavernis, sed etiam in ipsâ formatione diluvianâ inveniri defendo.

V.

Dupuisius, ut systema suum famosum stabiliret, statuit, globum nostrum terraqueum per plures quam 15 millia annorum sub hâc præsenti suâ formâ exstitisse, *Dupuisium* in errorem incidisse credimus, et contendimus, observationibus Illustrissimi *Cuvierii* ducti, e contra ultimum cataclysmum, qno telluris superficies ad hanc suam formam redacta fuit, a nostris temporibus non per plura, quam 5 vel 6 millia annorum, distare.

VI.

Conversiones illæ magnæ, quas Tellus nostra plus semel est passa, nulli e causis hodie existentibus et agentibus attribuendæ sunt.

VII.

Ad hunc usque diem argumentis physicis nondum probatum fuit, aquas in recentissimo diluvio, quod tellus passa fuit, supra montes altissimos fuisse elevatas.

VIII.

Nullum os fossile humanum adhucdum fuit repertum.

IX.

Pleraque formationum diversarum strata, quæ in situ ad horizontem inclinato occurrunt, in situ horizontali fuere deposita, et deinde causis vehementioribus omnino incognitis elevata.

X.

Sensatio frigoris est mere cerebralis.

XI.

Aspersiones cum chloreto calcis (chlorure d'oxide de calcium) factæ, melius et citius miasmata in aere atmosphærico hærentia corrigunt, quam fumigationes, quæ hucusque usitatæ fuere; jure igitur hodie in provinciâ Groninganâ hæ aspersiones fumigationibus anteponerentur.

XII.

Opinionem *Cartesii* de lumine opinioni *Newtonii* anteponimus.

XIII.

Fieri potest, ut punctum aliquod materiale duos radios luminosos eodem tempore recipiat, et tamen non illuminetur, sed e contra obscurum remaneat.

Figurarum tabulæ secundæ explanatio.

Fig. 4. Maxillam fossilem nostri Musæi, ad 1/6 partem magnitudinis naturalis redactam, exhibet.

Fig. 5. Eamdem repræsentat maxillam sub alio aspectu delineatam, et ad magnitudinem eamdem redactam, ad quam in tab. *Cuvierianâ* maxilla fossilis elephantis Mammouth fuit redacta. Vide tab. 5, in opere *Recherches sur les ossemens fossisles.*

Fig. 6. Maxillam fossilem elephantis Mammouth refert, quæ a *Cuvierio* fuit descripta, et quæ habetur in tabulâ 5ª, operis citati.

Fig. 7. Maxillam refert elephantis Mammouth, ab Ill. *Cuvierio* quoque tab. 5, ejusdem operis delineatam.

Fig. 8. Maxillam inferiorem elephantis Africani exhibet.

Fig. 9. Maxillam denotat inferiorem elephantis Asiatici.

Fig. 10. Exhibet cranium elephantis dicti Mooknah, cui adaptavimus maxillam nostri Musæi, ut de differentiâ inter utriusque speciei maxillas constet.

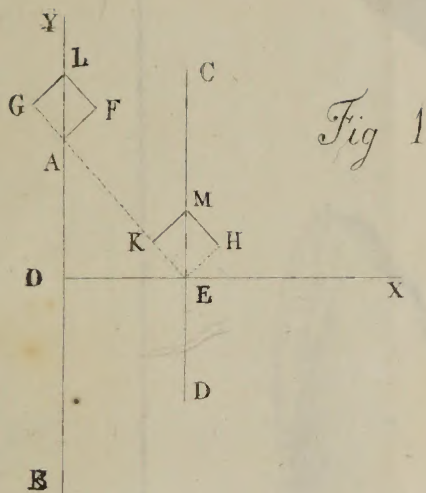
In *fig.* 11 delineavimus cranium a Celeber. *Van Marum* descriptum, cui adaptavimus nostri Musæi maxillam.

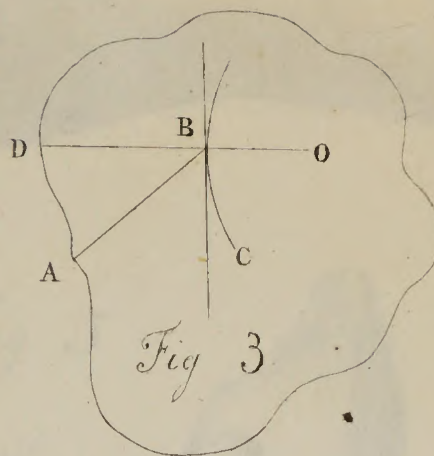
Fig. 12. Maxillam Musæi nostri offert ad eamdem redactam magnitudinem, ad quam maxilla elephantis Asiatici, quæ in *fig.* 9 exhibetur.

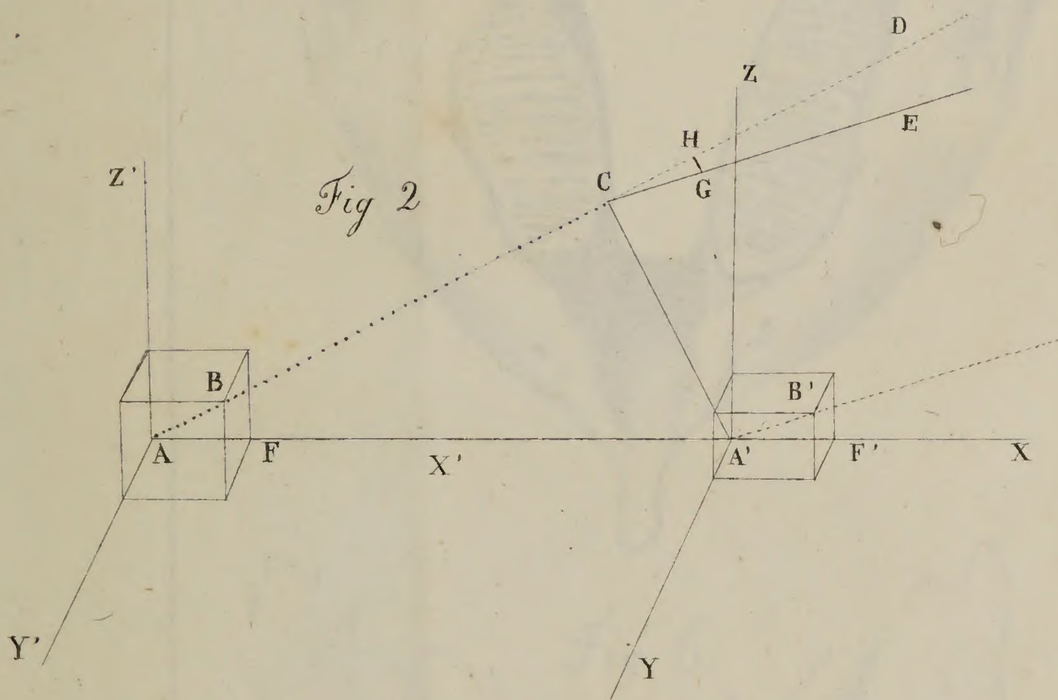
Vidi et nihil inveni, quod § 56 leg. acad. adversetur.

S. G. S. VAN BREDA,

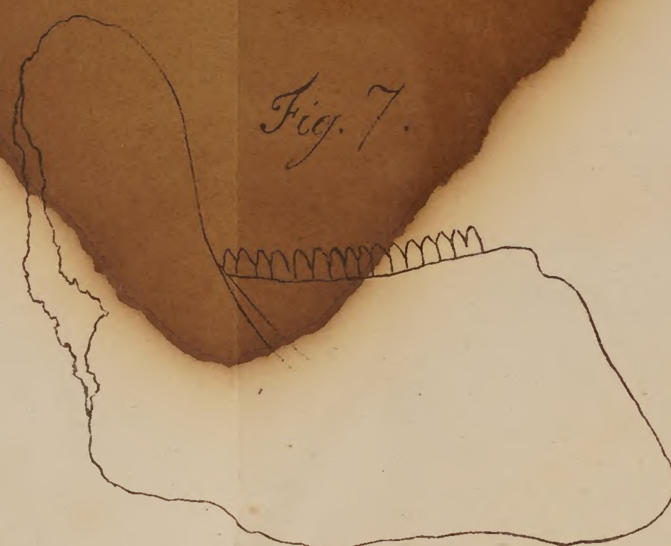
FAC. PHYS. MATH. DECANUS.


Y
L
G
F
C
A
Fig 1
M
K
H
D
E
X
D
B


D
B
O
A
C
Fig 3

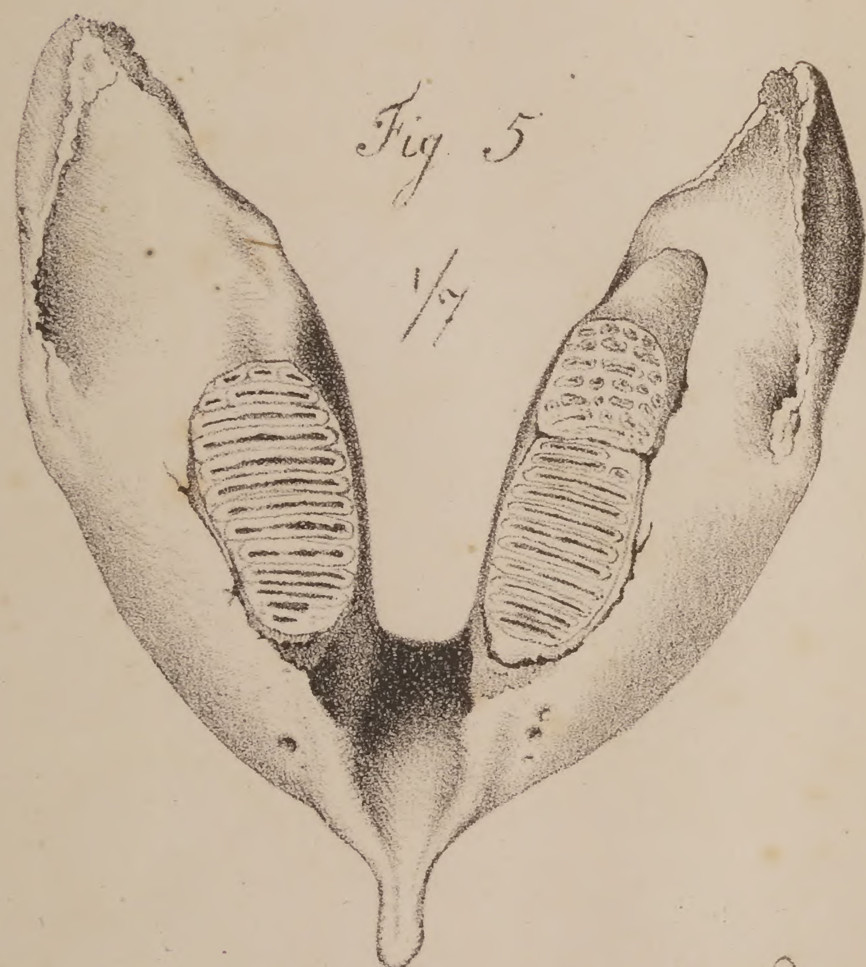

D
Z
H
E
Z'
C
G
Fig 2
B
B'
A
F
X'
A'
F'
X
Y'
Y

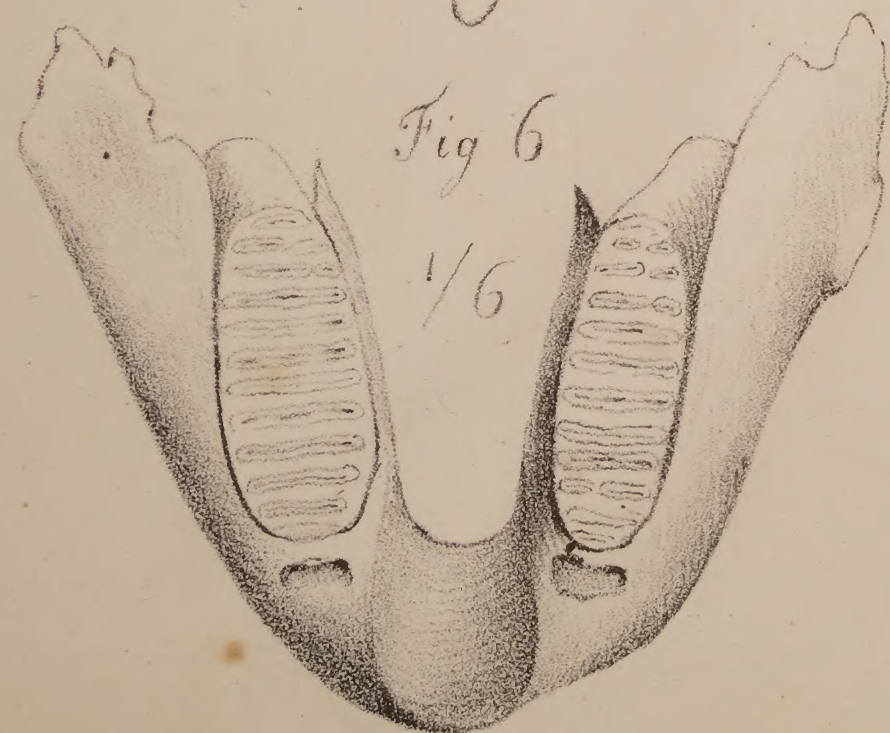


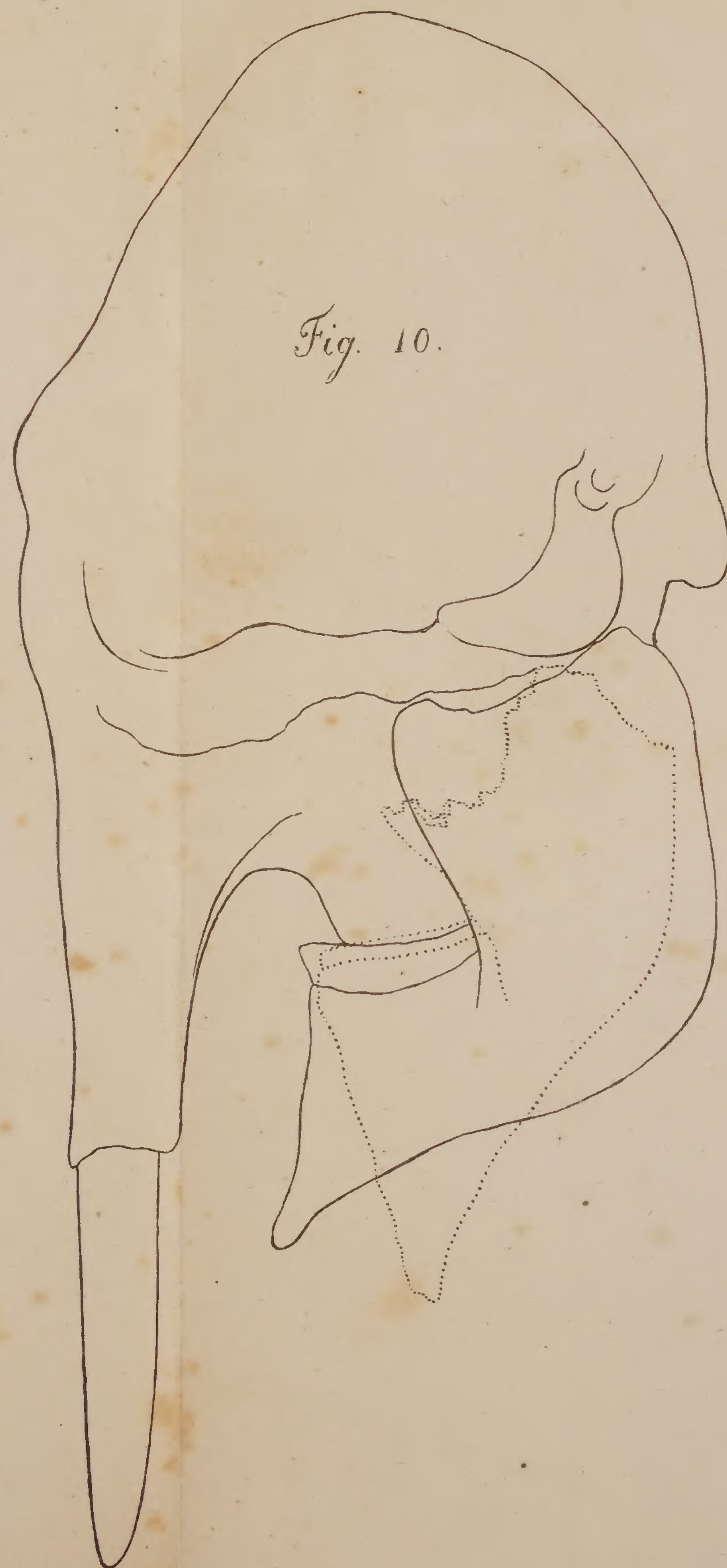


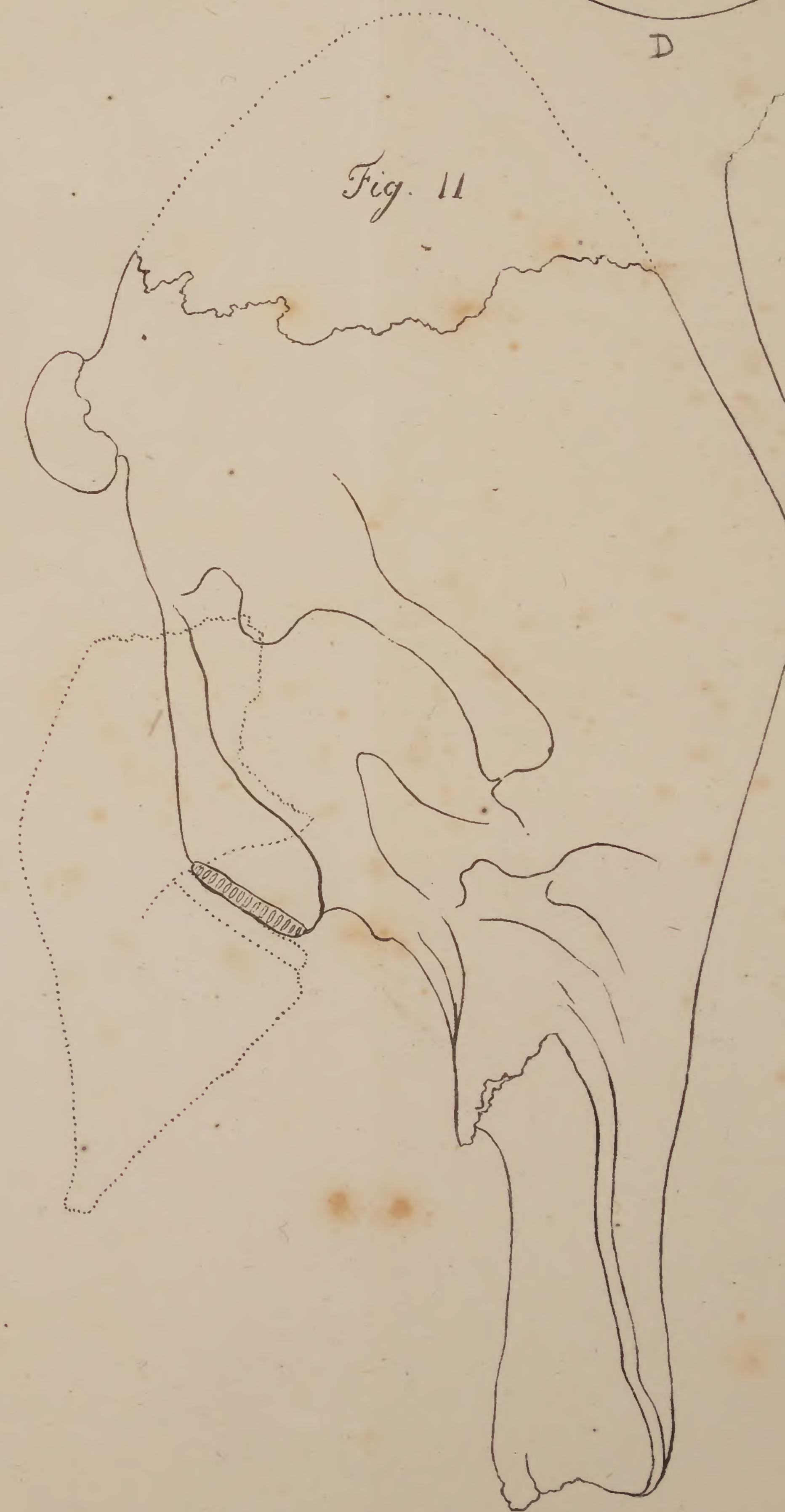


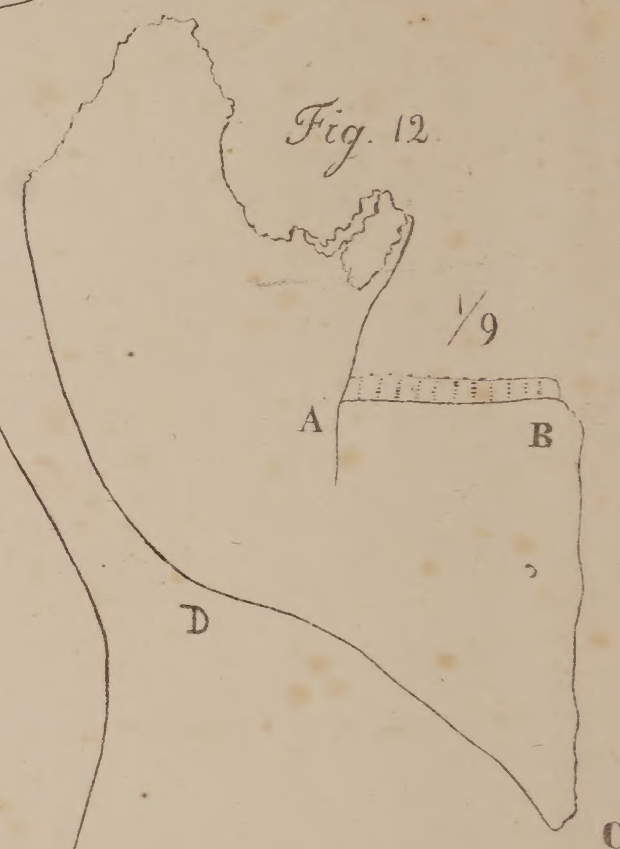












F. De Keghel. Del^t.

Kierdorff. Lith^r Gand.